खण्ड - ब / SECTION - B

लघु उत्तरीय प्रश्न / Short Answer Type Questions

प्रश्न संख्या 1 से 30 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। इनमें से किन्हीं 15 प्रश्नों के उत्तर दें। प्रत्येक प्रश्न के लिए 2 अंक निर्धारित है। **15 × 2 = 30**

Question Nos. 1 to 30 are Short Answer Type Questions. Answer any 15 questions. Each question carries 2 marks. 15 × 2 = 30

1. यूक्लिड एल्गोरिद्म की सहायता से सबसे बड़ी संख्या ज्ञात करें जो 650 तथा 1170 को विभाजित करती है। 2

   With the help of Euclid's algorithm find the largest number which divides 650 and 1170.

2. सिद्ध करें कि $(4+\sqrt{5})$ एक अपरिमेय संख्या है। 2

   Prove that $(4+\sqrt{5})$ is an irrational number.

3. यदि α तथा β द्विघात बहुपद $f(x) = x^2 - 4x + 3$ के शून्यक हों तो $\alpha^2 + \beta^2$ का मान निकालें। 2

If α and β are the zeros of the quadratic polynomial $f(x) = x^2 - 4x + 3$ then find the value of $\alpha^2 + \beta^2$

4. $7x^2 - 11x - 6 = 0$ के मूलों की प्रकृति ज्ञात करें। 2

Find the nature of roots of $7x^2 - 11x - 6 = 0$.

5. $x^2 - 2x - 3 = 9$ का विवेचक ज्ञात करें। 2

Find the discriminant of $x^2 - 2x - 3 = 9$.

6. द्विघात बहुपद ज्ञात करें जिनके शून्यक क्रमशः -4 तथा 7 हैं। 2

Find the quadratic polynomial whose zeros are -4 and 7 respectively.

7. रैखिक समीकरण युग्म $2x + 3y = 17$ तथा $3x - 2y = 6$ का वज्र-गुणन से x का मान निकालें। 2

Find the value of x of a pair of linear equations $2x + 3y = 17$ and $3x - 2y = 6$ by applying cross multiplication.

8. -3 तथा -4 मूल वाले द्विघात समीकरण लिखें। 2

Write the quadratic equation having roots -3 and -4.

9. अनुक्रम 11, 6, 1, -4, ... का 16 वाँ पद ज्ञात करें। 2

Find the 16th term of the sequence 11, 6, 1, -4, ...

10. $(a - b)$ तथा $(a + b)$ का समान्तर माध्य ज्ञात करें। 2

Find the arithmetic mean of $(a - b)$ and $(a + b)$.

11. अनुक्रम 41, 38, 35, ... का कौन-सा पद 8 है ? 2

Which term of the sequence 41, 38, 35, ... is 8 ?

12. 0 से 50 के बीच सभी विषम संख्याओं का योगफल निकालें। 2

Find the sum of all odd numbers lying between 0 and 50.

13. शीर्षों (0, 7), (0, 0) तथा (24, 0) से बने त्रिभुज की परिमिति निकालें। 2

Find the perimeter of the triangle having vertices (0, 7), (0, 0) and (24, 0).

14. शीर्षों $(-5, 6)$, (3, 0) तथा (9, 8) से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें। 2

Find the area of the triangle having vertices $(-5, 6)$, (3, 0) and (9, 8).

15. थेल्स प्रमेय के कथन को लिखें एवं चित्र द्वारा सत्यापित करें। 2

Write the statement of Thales' theorem and verify with figure.

16. त्रिभुज ABC में, $\angle ABC = 90°$ तथा $BD \perp AC$ है। यदि $CD = 9$ सेमी तथा $AD = 4$ सेमी हो, तो BD की लम्बाई निकालें। 2

In ΔABC, $\angle ABC = 90°$ and $BD \perp AC$. If $CD = 9$ cm and $AD = 4$ cm then find the length of BD.

17. यदि AD तथा PS क्रमशः ΔABC तथा ΔPQR की माध्यिका हो तथा $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ तो सिद्ध करें कि $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PS}$. 2

If AD and PS are the medians of ΔABC and ΔPQR respectively and $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ then prove that $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PS}$.

18. दो समरूप त्रिभुज की संगत शीर्ष लम्ब क्रमशः 6 सेमी तथा 9 सेमी हैं, तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात करें। 2

The corresponding altitudes of two similar triangles are 6 cm and 9 cm respectively then find the ratio of their areas.

19. यदि $\text{cosec}\,\theta = \frac{29}{21}$ तो $\sec\theta$ का मान ज्ञात करें। 2

If $\text{cosec}\,\theta = \frac{29}{21}$, then find the value of $\sec\theta$.

20. सिद्ध करें कि $\sec^4\theta + \tan^4\theta = 2\tan^4\theta + 2\tan^2\theta + 1$. 2

Prove that $\sec^4\theta + \tan^4\theta = 2\tan^4\theta + 2\tan^2\theta + 1$.

21. मान निकालें : $\frac{\sin 12°}{\cos 78°} + \frac{\cot 67°}{\tan 23°}$. 2

Evaluate : $\frac{\sin 12°}{\cos 78°} + \frac{\cot 67°}{\tan 23°}$.

22. मान निकालें : $\text{cosec}^2 57° - \tan^2 33°$. 2

Evaluate : $\text{cosec}^2 57° - \tan^2 33°$.

23. यदि $\sec 4A = \text{cosec}\,(A - 10°)$, तो A का मान ज्ञात करें। 2

If $\sec 4A = \text{cosec}\,(A - 10°)$ then find the value of A.

24. यदि A तथा B न्यून कोण हों जिससे कि $\sin A = \cos B$ तो $A + B$ का मान ज्ञात करें। 2

If A and B are acute angles such that $\sin A = \cos B$ then find the value of $A + B$.

25. यदि आयत की लम्बाई और चौड़ाई क्रमशः 6 मी तथा 5 मी हो तो इसकी परिमिति ज्ञात करें। 2

If the length and breadth of the rectangle are 6 m and 5 m respectively then find its perimeter.

26. समलम्ब चतुर्भुज की समान्तर भुजाएँ 9·7 सेमी तथा 6·3 सेमी हैं तथा उनके बीच की दूरी 6·5 सेमी है तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात करें। 2

The parallel sides of a trapezium are 9·7 cm and 6·3 cm and the distance between them is 6·5 cm, then find its area.

27. 8 सेमी भुजा वाले घन को पिघलाकर 2 सेमी किनारे वाले कितने घन बनाये जा सकते हैं ? 2

How many cubes of 2 cm edge can be formed by melting the cube of 8 cm side ?

28. किसी घन का आयतन 729 सेमी^{3} है तो उसका पृष्ठ क्षेत्रफल निकालें। 2

The volume of a cube is 729 cm^3 then find its surface area.

29. पासे के एक फेंक में सम संख्या के आने की प्रायिकता ज्ञात करें। 2

Find the probability of getting an even number is a single throw of a die.

30. सिद्ध करें कि $\sin^4\theta - \cos^4\theta = 1 - 2\cos^2\theta$. 2

Prove that $\sin^4\theta - \cos^4\theta = 1 - 2\cos^2\theta$.

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न / Long Answer Type Questions

प्रश्न संख्या 31 से 38 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। इनमें से किन्हीं 4 प्रश्नों के उत्तर दें। प्रत्येक प्रश्न के लिए 5 अंक निर्धारित है। **4 × 5 = 20**

Question Nos. 31 to 38 are Long Answer Type questions. Answer any 4 questions. Each question carries 5 marks. *4 × 5 = 20*

31. द्विघात सूत्र (श्रीधराचार्य के सूत्र) को स्थापित करें। 5

Establish quadratic formula (Shridharacharya's rule).

32. पाइथागोरस प्रमेय के कथन को लिखें तथा सिद्ध करें। 5

State and prove Pythagoras theorem.

33. सिद्ध करें कि यदि किसी त्रिभुज का एक कोण दूसरे त्रिभुज के एक कोण के बराबर हो और इन कोणों को अंतरित करने वाली भुजाएँ आनुपातिक हों तो त्रिभुज समरूप होते हैं। 5

Prove that if one angle of a triangle is equal to one angle of the other triangle and the sides included between these angles are proportional then the triangles are similar.

34. सिद्ध करें कि $\sin A(1+\tan A)+\cos A(1+\cot A)=\sec A+\text{cosec } A$. 5

Prove that $\sin A(1+\tan A)+\cos A(1+\cot A)=\sec A+\text{cosec } A$.

35. 30 मी ऊँचे एक भवन से कुछ दूरी पर 1·5 मी लंबा एक लड़का खड़ा है। वह भवन की तरफ कुछ दूरी पर चलने पर पाता है कि उन्नयन कोण 30° से बढ़कर 60° हो जाता है। बताएँ कि वह लड़का भवन की ओर कितना दूर गया था। 5

A boy 1·5 m tall is standing at some distance from the building of 30 m height. After walking some distance towards the building he finds that the angle of elevation increases from 30° to 60°. Find how far the boy went towards the building.

36. धातु के तीन गोलों की त्रिज्याएँ क्रमश: 6 सेमी, 8 सेमी, 10 सेमी हैं। इन गोलों को पिघलाकर एक बड़ा ठोस गोला बनाया गया। इस बड़े गोले की त्रिज्या ज्ञात करें। 5

The radii of three metal spheres are 6 cm, 8 cm, 10 cm respectively. These spheres were melted to form a big solid sphere. Find the radius of this big sphere.

37. 3 सेमी की त्रिज्या का एक वृत्त खींचें। इसके अंतर्गत एक समबाहु त्रिभुज बनाएँ। 5

Draw a circle of radius 3 cm. Draw an equilateral triangle inside it.

38. निम्नलिखित बंटन की माध्यिका निकालें : 5

वर्ग–अंतराल	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारंबारता	10	5	8	13	14

Find the median of the following distribution :

Class-interval	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
Frequency	10	5	8	13	14

लघु उत्तरीय प्रश्न (प्रश्न संख्या 1 से 30)

1. यूक्लिड एल्गोरिद्म से 650 और 1170 का म.स. (HCF):

यहाँ $1170 > 650$ है। यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका ($a = bq + r$) से:

- चरण 1: $1170 = 650 \times 1 + 520$
- चरण 2: $650 = 520 \times 1 + 130$
- चरण 3: $520 = 130 \times 4 + 0$
  चूँकि शेषफल 0 प्राप्त हो गया है और भाजक 130 है।
  उत्तर: 130

2. सिद्ध करें कि $(4+\sqrt{5})$ एक अपरिमेय संख्या है:

माना कि $4+\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

अतः $4+\sqrt{5}=\frac{p}{q}$ (जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$)

$\Rightarrow \sqrt{5}=\frac{p}{q}-4=\frac{p-4q}{q}$

चूँकि p और q पूर्णांक हैं, इसलिए $\frac{p-4q}{q}$ एक परिमेय संख्या है। इसके अनुसार $\sqrt{5}$ भी एक परिमेय संख्या होनी चाहिए, परंतु यह इस तथ्य का विरोधाभास है कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। अतः हमारी कल्पना गलत है।

सिद्ध हुआ कि $(4+\sqrt{5})$ एक अपरिमेय संख्या है।

3. बहुपद $f(x) = x^2 - 4x + 3$ के लिए $\alpha^2 + \beta^2$ का मान:

यहाँ $a = 1, b = -4, c = 3$

शून्यकों का योग $(\alpha + \beta) = -\frac{b}{a} = -\frac{-4}{1} = 4$

शून्यकों का गुणनफल $(\alpha\beta) = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3$

अब, $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (4)^2 - 2(3$

$) = 16 - 6 = 10$

उत्तर: 10

4. समीकरण $7x^2 - 11x - 6 = 0$ के मूलों की प्रकृति:

यहाँ $a = 7, b = -11, c = -6$

विवेचक $(D) = b^2 - 4ac = (-11)^2 - 4(7)(-6$

$) = 121 + 168 = 289$

चूँकि $D > 0$ है, अत: मूल **वास्तविक और असमान (भिन्न)** होंगे।

5. समीकरण $x^2 - 2x - 3 = 9$ का विवेचक:

समीकरण को मानक रूप में लिखने पर: $x^2 - 2x - 12 = 0$

यहाँ $a = 1, b = -2, c = -12$

विवेचक $(D) = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(-12) = 4 + 48 = 52$

उत्तर: 52

6. द्विघात बहुपद ज्ञात करें जिनके शून्यक –4 तथा 7 हैं:

शून्यकों का योग $(\alpha + \beta) = -4 + 7 = 3$

शून्यकों का गुणनफल $(\alpha\beta) = (-4) \times 7 = -28$

द्विघात बहुपद $= x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = x^2 - 3x - 28$

उत्तर: $x^2 - 3x - 28$

7. वज्र-गुणन विधि से $2x + 3y = 17$ तथा $3x - 2y = 6$ में x का मान:

समीकरण: $2x + 3y - 17 = 0$ तथा $3x - 2y - 6 = 0$

यहाँ $a_1 = 2, b_1 = 3, c_1 = -17$ और $a_2 = 3, b_2 = -2, c_2 = -6$

वज्र-गुणन सूत्र से: $\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

$$\Rightarrow \frac{x}{(3)(-6)-(-2)(-17)} = \frac{1}{(2)(-2)-(3)(3)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-18-34} = \frac{1}{-4-9} \Rightarrow \frac{x}{-52} = \frac{1}{-13} \Rightarrow x = \frac{-52}{-13} = 4$$

उत्तर: $x = 4$

8. -3 तथा -4 मूल वाले द्विघात समीकरण:

मूलों का योग $= -3 + (-4) = -7$

मूलों का गुणनफल $= (-3) \times (-4) = 12$

द्विघात समीकरण: $x^2 - ($मूलों का योग$)x + ($मूलों का गुणनफल$) = 0$

$\Rightarrow x^2 - (-7)x + 12 = 0 \Rightarrow x^2 + 7x + 12 = 0$

उत्तर: $x^2 + 7x + 12 = 0$

9. अनुक्रम $11, 6, 1, -4, \ldots$ का 16वाँ पद:

प्रथम पद $(a) = 11$, सार्व अंतर $(d) = 6 - 11 = -5, n = 16$

$a_{16} = a + (16 - 1)d = 11 + 15(-5) = 11 - 75 = -64$

उत्तर: -64

10. $(a-b)$ तथा $(a+b)$ का समान्तर माध्य:

समान्तर माध्य $= \frac{(a-b)+(a+b)}{2} = \frac{2a}{2} = a$

उत्तर: a

11. अनुक्रम 41, 38, 35, ... का कौन-सा पद 8 है?

यहाँ $a = 41, d = 38 - 41 = -3, a_n = 8$

सूत्र: $a_n = a + (n-1)d$

$\Rightarrow 8 = 41 + (n-1)(-3) \Rightarrow -33 = -3(n-1) \Rightarrow n - 1 = 11 \Rightarrow n = 12$

उत्तर: 12वाँ पद

12. 0 से 50 के बीच सभी विषम संख्याओं का योगफल:

विषम संख्याएँ: $1, 3, 5, \ldots, 49$

यहाँ $a = 1, d = 2, l = 49$

पदों की संख्या (n): $49 = 1 + (n-1)2 \Rightarrow 48$

$= 2(n-1) \Rightarrow n = 25$

योगफल $(S_n) = \frac{n}{2}(a + l) = \frac{25}{2}(1 + 49) = \frac{25}{2}$

$\times 50 = 25 \times 25 = 625$

उत्तर: 625

13. शीर्षों $A(0,7), B(0,0)$ तथा $C(24,0)$ से बने त्रिभुज की परिमिति:

- $AB = \sqrt{(0-0)^2 + (0-7)^2} = \sqrt{49} = 7$
- $BC = \sqrt{(24-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{576}$
  $= 24$
- $AC = \sqrt{(24-0)^2 + (0-7)^2}$
  $= \sqrt{576+49} = \sqrt{625} = 25$
  परिमिति $= AB + BC + AC = 7 + 24 + 25$
  $= 56$ इकाई
  उत्तर: 56 इकाई

14. शीर्षों $(-5, 6), (3, 0)$ तथा $(9, 8)$ से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल:

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3($

$y_1 - y_2)|$

$= \frac{1}{2}|-5(0-8) + 3(8-6) + 9(6-0)|$

$= \frac{1}{2}|-5(-8) + 3(2) + 9(6)| = \frac{1}{2}|40 + 6$

$+ 54| = \frac{1}{2} \times 100 = 50$ वर्ग इकाई

उत्तर: 50 वर्ग इकाई

19. यदि $\text{cosec}\,\theta = \frac{29}{21}$, तो $\sec\theta$ का मान:

$$\text{cosec}\,\theta = \frac{\text{कर्ण}\,(h)}{\text{लम्ब}\,(p)} = \frac{29}{21}$$

$$\text{आधार}\,(b) = \sqrt{h^2 - p^2} = \sqrt{29^2 - 21^2}$$

$$= \sqrt{841 - 441} = \sqrt{400} = 20$$

$$\sec\theta = \frac{\text{कर्ण}\,(h)}{\text{आधार}\,(b)} = \frac{29}{20}$$

उत्तर: $\frac{29}{20}$

20. सिद्ध करें: $\sec^4\theta + \tan^4\theta = 2\tan^4\theta + 2\tan^2\theta + 1$:

बायाँ पक्ष (LHS) $= \sec^4\theta + \tan^4\theta = (\sec^2\theta)^2 + \tan^4\theta$

चूँकि $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$, मान रखने पर:

$=(1 + \tan^2\theta)^2 + \tan^4\theta$

$=(1 + 2\tan^2\theta + \tan^4\theta) + \tan^4\theta = 2\tan^4\theta + 2\tan^2\theta + 1 =$ दायाँ पक्ष (RHS) (**सिद्ध हुआ**)।

21. मान निकालें: $\frac{\sin 12^\circ}{\cos 78^\circ} + \frac{\cot 67^\circ}{\tan 23^\circ}$:

$$= \frac{\sin(90^\circ - 78^\circ)}{\cos 78^\circ} + \frac{\cot(90^\circ - 23^\circ)}{\tan 23^\circ} = \frac{\cos 78^\circ}{\cos 78^\circ} + \frac{\tan 23^\circ}{\tan 23^\circ}$$

$$= 1 + 1 = 2$$

उत्तर: 2

22. मान निकालें: $\text{cosec}^2 57^\circ - \tan^2 33^\circ$:

$$= \text{cosec}^2 57^\circ - \tan^2(90^\circ - 57^\circ)$$

$$= \text{cosec}^2 57^\circ - \cot^2 57^\circ = 1$$ (सूत्र: $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$)

उत्तर: 1

23. यदि $\sec 4A = \text{cosec}(A - 10^\circ)$, **तो** A **का मान:**

$$\text{cosec}(90^\circ - 4A) = \text{cosec}(A - 10^\circ)$$

$$\Rightarrow 90^\circ - 4A = A - 10^\circ \Rightarrow 5A = 100^\circ \Rightarrow A = 20^\circ$$

उत्तर: 20°

24. यदि $\sin A = \cos B$, तो $A + B$ का मान:

$\sin A = \sin(90^\circ - B) \Rightarrow A = 90^\circ - B \Rightarrow A + B = 90^\circ$

उत्तर: 90°

25. आयत की लम्बाई 6 m और चौड़ाई 5 m हो तो परिमिति:

परिमिति $= 2(\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई}) = 2(6 + 5) = 2 \times 11 = 22$ m

उत्तर: 22 मीटर

26. समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल (समान्तर भुजाएँ 9.7 cm, 6.3 cm, ऊँचाई 6.5 cm):

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ (समान्तर भुजाओं का योग) $\times$ ऊँचाई

$= \frac{1}{2} \times (9.7 + 6.3) \times 6.5 = \frac{1}{2} \times 16 \times 6.5$

$= 8 \times 6.5 = 52 \text{ cm}^2$

उत्तर: 52 वर्ग सेमी

27. 8 cm भुजा वाले घन को पिघलाकर 2 cm किनारे वाले कितने घन बनेंगे?

$$\text{घनों की संख्या} = \frac{\text{बड़े घन का आयतन}}{\text{छोटे घन का आयतन}} = \frac{8\times8\times8}{2\times2\times2} = 4$$

$$\times 4 \times 4 = 64$$

उत्तर: 64 घन

28. घन का आयतन $729\ \text{cm}^3$ है, तो पृष्ठ क्षेत्रफल:

$$\text{भुजा } (a) = \sqrt[3]{729} = 9\ \text{cm}$$

$$\text{कुल पृष्ठ क्षेत्रफल} = 6a^2 = 6 \times 9^2 = 6 \times 81$$

$$= 486\ \text{cm}^2$$

उत्तर: 486 वर्ग सेमी

29. पासे के एक फेंक में सम संख्या आने की प्रायिकता:

$$\text{कुल परिणाम} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = 6$$

$$\text{सम संख्याएँ} = \{2, 4, 6\} = 3$$

$$\text{प्रायिकता} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

उत्तर: $\frac{1}{2}$

29. पासे के एक फेंक में सम संख्या आने की प्रायिकता:

कुल परिणाम $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = 6$

सम संख्याएँ $= \{2, 4, 6\} = 3$

प्रायिकता $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

उत्तर: $\frac{1}{2}$

30. सिद्ध करें: $\sin^4\theta - \cos^4\theta = 1 - 2\cos^2\theta$

:

बायाँ पक्ष (LHS) $= (\sin^2\theta)^2 - (\cos^2\theta)^2 = (\sin^2\theta + \cos^2\theta)(\sin^2\theta - \cos^2\theta)$

$= 1 \times [(1 - \cos^2\theta) - \cos^2\theta] = 1 - 2\cos^2\theta$

= दायाँ पक्ष (RHS) (**सिद्ध हुआ**)।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (प्रश्न संख्या 31 से 38)

31. द्विघात सूत्र (श्रीधराचार्य के सूत्र) की स्थापना:

मानक द्विघात समीकरण: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

दोनों पक्षों में $4a$ से गुणा करने पर: $4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$

$\Rightarrow (2ax)^2 + 2(2ax)(b) + b^2 - b^2 + 4ac = 0$

$\Rightarrow (2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$

दोनों पक्षों का वर्गमूल लेने पर: $2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$

$\Rightarrow 2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \Rightarrow x$

$= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ **(स्थापित हुआ)।**

32. पाइथागोरस प्रमेय का कथन और उपपत्ति:

- **कथन:** एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।
- **दिया है:** $\triangle ABC$ में $\angle B = 90°$। **सिद्ध करना है:** $AC^2 = AB^2 + BC^2$
- **रचना:** $BD \perp AC$ खींचा।
- **उपपत्ति:** $\triangle ADB \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$

  $\Rightarrow AB^2 = AD \cdot AC$ ---(i)

  तथा $\triangle BDC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{CD}{BC} = \frac{BC}{AC}$

  $\Rightarrow BC^2 = CD \cdot AC$ ---(ii)

  समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर:

  $AB^2 + BC^2 = AD \cdot AC + CD \cdot AC = AC$

  $(AD + CD) = AC \cdot AC = AC^2$ (**सिद्ध हुआ**)।

33. SAS समरूपता प्रमेय सिद्ध करें:

- **दिया है:** $\triangle ABC$ और $\triangle DEF$ में $\angle A = \angle D$ तथा $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$।
- **सिद्ध करना है:** $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
- **रचना:** DE पर बिंदु P और DF पर बिंदु Q इस प्रकार लिया कि $DP = AB$ और $DQ = AC$। PQ को मिलाया।
- **उपपत्ति:** $\triangle ABC \cong \triangle DPQ$ (SAS सर्वांगसमता से), अतः $\angle B = \angle P$ और $\angle C = \angle Q$।

  दिए गए अनुपात से: $\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF} \Rightarrow PQ \parallel EF$ (थेल्स प्रमेय के विलोम से)।

  इसलिए $\angle P = \angle E$ और $\angle Q = \angle F \Rightarrow \angle B = \angle E$ और $\angle C = \angle F$।

  अतः AAA समरूपता से $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (**सिद्ध हुआ**)।

34. सिद्ध करें: $\sin A(1+\tan A)+\cos A(1+\cot A)=\sec A+\operatorname{cosec} A$**:**

$$\text{LHS}=\sin A\left(1+\frac{\sin A}{\cos A}\right)+\cos A\left(1+\frac{\cos A}{\sin A}\right)$$

$$=\sin A\left(\frac{\cos A+\sin A}{\cos A}\right)+\cos A\left(\frac{\sin A+\cos A}{\sin A}\right)$$

$$=(\sin A+\cos A)\left(\frac{\sin A}{\cos A}+\frac{\cos A}{\sin A}\right)=(\sin A+\cos A)\left(\frac{\sin^2 A+\cos^2 A}{\sin A\cos A}\right)$$

$$=\frac{\sin A+\cos A}{\sin A\cos A}=\frac{\sin A}{\sin A\cos A}+\frac{\cos A}{\sin A\cos A}=\frac{1}{\cos A}+\frac{1}{\sin A}=\sec A+\operatorname{cosec} A=\text{RHS}$$ (**सिद्ध हुआ**)।

35. लड़के द्वारा भवन की ओर तय की गई दूरी:

भवन की ऊँचाई $= 30$ m, लड़के की ऊँचाई $= 1.5$ m।

लड़के की आँख से भवन के शिखर की प्रभावी ऊँचाई $(AB) = 30 - 1.5 = 28.5$ m।

माना लड़का बिंदु C से D तक x मीटर चलता है।

- समकोण $\triangle ABD$ में: $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BD} \Rightarrow \sqrt{3}$

  $= \frac{28.5}{BD} \Rightarrow BD = \frac{28.5}{\sqrt{3}}$ m

- समकोण $\triangle ABC$ में: $\tan 30^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}}$

  $= \frac{28.5}{BC} \Rightarrow BC = 28.5\sqrt{3}$ m

  तय की गई दूरी $(CD) = BC - BD = 28.5$

  $\sqrt{3} - \frac{28.5}{\sqrt{3}} = 28.5\left(\frac{3-1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{57}{\sqrt{3}} = \frac{57\sqrt{3}}{3}$

  $= 19\sqrt{3}$ m

  उत्तर: $19\sqrt{3}$ मीटर

36. तीन धातु के गोलों (6 cm, 8 cm, 10 cm) को पिघलाकर बने बड़े गोले की त्रिज्या:

बड़े गोले का आयतन = तीनों छोटे गोलों के आयतनों का योग

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(r_1^3 + r_2^3 + r_3^3)$$

$$\Rightarrow R^3 = 6^3 + 8^3 + 10^3 = 216 + 512 + 1000$$

$$= 1728$$

$$\Rightarrow R = \sqrt[3]{1728} = 12 \text{ cm}$$

उत्तर: 12 सेमी