विषय कोड :
Subject Code : **121/327**

CLASS-XII QUARTERLY EXAMINATION, JULY - 2026

कक्षा - XII त्रैमासिक परीक्षा, जुलाई - 2026

MATHEMATICS (Elective)

गणित (ऐच्छिक)

I.Sc. & I.A.

कुल प्रश्न : 70 + 20 + 8 = 98 | कुल मुद्रित पृष्ठ : 40

Total Questions : 70 + 20 + 8 = 98 | **Total Printed Pages : 40**

(समय : 3 घंटे 15 मिनट) | (पूर्णांक : 80)

[Time : 3 Hours 15 Minutes] | [Full Marks : 80]

परीक्षार्थियों के लिये निर्देश :

Instructions for the candidates :

1. प्रश्नों के उत्तर देने से पहले निर्देशों को ध्यानपूर्वक पढ़ लें।
   Read the instructions carefully before answering the questions.
2. दाहिनी ओर हाशिये पर दिये हुए पूर्णांक निर्दिष्ट करते हैं।
   Figures in the right hand margin indicate full marks.
3. प्रश्नों को ध्यानपूर्वक पढ़ने के लिए परीक्षार्थियों को 15 मिनट का अतिरिक्त समय दिया गया है।
   15 minutes of extra time have been allotted for the candidates to read the questions carefully.
4. यह प्रश्नपत्र दो खण्डों में है — <u>खण्ड-अ</u> एवं <u>खण्ड-ब</u>।
   This question booklet is divided into two sections — **Section-A** *and* **Section-B**.

XII MATHEMATICS

CLASS-XII

खण्ड - अ / SECTION - A

वस्तुनिष्ठ प्रश्न / Objective Type Questions

प्रश्न संख्या 1 से 70 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं। इनमें से किन्हीं 40 प्रश्नों का उत्तर देना है। प्रत्येक प्रश्न के साथ चार विकल्प दिए गए हैं जिनमें से एक सही है। अपने द्वारा चुने गए सही विकल्प को OMR उत्तर पत्रक पर चिह्नित करें। **40 × 1 = 40**

*Question Nos. 1 to 70 are of objective type. Answer any 40 questions. Each question has four options out of which only one is correct. You have to mark your selected option on the **OMR** Answer sheet.* 40 × 1 = 40

1. यदि फलन $f : R \rightarrow R$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = 7x + 3$ तो $f^{-1}(x) =$

(A) $\frac{x-3}{7}$ (B) $\frac{x+3}{7}$

(C) $7x - 3$ (D) $\frac{x-7}{3}$

If the relation $R = \{(4, 1), (5, 2), (6, 0)\}$ then domain of R is

(A) $\{1, 2, 0\}$ (B) $\{4, 5, 2\}$

(C) $\{4, 5, 6\}$ (D) $\{4, 6, 0\}$

4. यदि फलन $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ तो फलन f का प्रांत है

(A) $[-3, \infty)$ (B) $(-\infty, -3]$

(C) $[-3, 3]$ (D) $(-3, 3)$

If function $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ then domain of function f is

(A) $[-3, \infty)$ (B) $(-\infty, -3]$

(C) $[-3, 3]$ (D) $(-3, 3)$

5. फलन $f(x) = \sqrt{(x-1)(3-x)}$ का परिसर है

(A) $[1, 3]$ (B) $[-2, 2]$

(C) $[0, 1]$ (D) $(0, 1)$

If function $f: R \rightarrow R$ is defined by $f(x) = 7x + 3$ then

$f^{-1}(x) =$

(A) $\frac{x-3}{7}$ (B) $\frac{x+3}{7}$

(C) $7x - 3$ (D) $\frac{x-7}{3}$

2. समुच्चय $A = \{1, 2\}$ में द्विआधारी संक्रियाओं की संख्या है

(A) 8 (B) 16

(C) 10 (D) 2

The number of binary operations in the set $A = \{1, 2\}$ is

(A) 8 (B) 16

(C) 10 (D) 2

3. यदि संबंध $R = \{(4, 1), (5, 2), (6, 0)\}$ तो R का प्रांत है

(A) $\{1, 2, 0\}$ (B) $\{4, 5, 2\}$

(C) $\{4, 5, 6\}$ (D) $\{4, 6, 0\}$

CLASS-XII

[Continued

The range of the function $f(x) = \sqrt{(x-1)(3-x)}$ is

(A) [1, 3] (B) [− 2, 2]

(C) [0, 1] (D) (0, 1)

6. माना कि $A = \{1, 2, 3, 4\}$ और संबंध $R = \{(1, 3), (4, 2), (2, 4), (2, 3), (3, 1)\}$, तो संबंध R है

(A) संक्रामक (B) सममित

(C) स्वतुल्य (D) इनमें से कोई नहीं

Let $A = \{1, 2, 3, 4\}$ and relation $R = \{(1, 3), (4, 2), (2, 4), (2, 3), (3, 1)\}$ then the relation R is

(A) transitive (B) symmetric

(C) reflexive (D) none of these

CLASS-XII

7. $f: A \to B$ अंतःक्षेपी फलन होगा, यदि

(A) $f(A) \subset B$ (B) $f(A) = B$

(C) $B \subset f(A)$ (D) $f(B) \subset A$

$f: A \to B$ will be an into function, if

(A) $f(A) \subset B$ (B) $f(A) = B$

(C) $B \subset f(A)$ (D) $f(B) \subset A$

8. यदि $f: N \to N$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = 3x$ तो फलन f होगा

(A) एकैक आच्छादक (B) एकैक अंतःक्षेपी

(C) अनेकैक आच्छादक (D) अनेकैक अंतःक्षेपी

If $f: N \to N$ is defined by $f(x) = 3x$ then function f will be

(A) one-one onto (B) one-one into

(C) many-one onto (D) many-one into

[Continued

(Mar

प्रश्न (Q. No

प्राप्तांक (Marks Obta

परीक्षक का हस्ताक्ष (Signature of Exa

CLASS-XII

9. यदि $n(A)=3$ तथा $n(B)=4$ तो $n(A\times B)=$

(A) 7
(B) 3
(C) 4
(D) 12

If $n(A)=3$ and $n(B)=4$ then $n(A\times B)=$

(A) 7
(B) 3
(C) 4
(D) 12

10. यदि फलन $f(x)=x+\frac{1}{x}$ तो फलन $f(x)$ का परिसर है

(A) $[2,\infty)$
(B) $(-\infty,-2]$
(C) $[-2,2]$
(D) इनमें से कोई नहीं

If function $f(x)=x+\frac{1}{x}$ then the range of function $f(x)$ is

(A) $[2,\infty)$
(B) $(-\infty,-2]$
(C) $[-2,2]$
(D) none of these

CLASS-XII

11. माना कि $R = \{ (x, y) : x$ तथा y पूर्णांक हैं और $xy = 4 \}$, तो R का परिसर होगा

(A) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

(B) $\{1, 2, 4\}$

(C) $\{-4, -2, -1, 1, 2, 4\}$

(D) $\{-2, -1, 1\}$

Let $R = \{ (x, y) : x$ and y integers and $xy = 4 \}$, then range of R will be

(A) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

(B) $\{1, 2, 4\}$

(C) $\{-4, -2, -1, 1, 2, 4\}$

(D) $\{-2, -1, 1\}$

12. यदि $A = \{a, b, c\}$ तथा समुच्चय A में संबंध R इस प्रकार परिभाषित है कि $R = \{(a, b), (b, a), (b, c), (c, b)\}$ तो संबंध R है

(A) सममित

(B) संक्रामक

(C) स्वतुल्य

(D) इनमें से कोई नहीं

[Continued

If $A = \{ a, b, c \}$ and relation R on set A is define

$R = \{ (a, b), (b, a), (b, c), (c, b) \}$ then relation R is

(A) symmetric (B) transitive

(C) reflexive (D) none of these

CLASS-XII

13. समुच्चय $B = \{ 1, 4, 5, 6 \}$ से B पर सभी एकैक फलनों की संख्या है

(A) 4 (B) 16

(C) 8 (D) 24

The number of all one-one functions from the se

$B = \{ 1, 4, 5, 6 \}$ to B is

(A) 4 (B) 16

(C) 8 (D) 24

CLASS-XII

14. यदि $f : R \rightarrow R$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = x^4$ तो फलन f होगा

(A) एकैक आच्छादक

(B) बहुएक आच्छादक

(C) न एकैक और न आच्छादक

(D) एकैक लेकिन आच्छादक नहीं

If $f : R \rightarrow R$ is defined as $f(x) = x^4$ then function f will be

(A) one-one onto

(B) many one onto

(C) neither one-one nor onto

(D) one-one but not onto

15. यदि $A = \{ 1, 2, 3 \}$ और $B = \{ 4, 5 \}$ तो निम्नलिखित में $A \times B$ का कौन-सा उपसमुच्चय A से B में फलन है ?

(A) $\{ (1, 4), (3, 5), (2, 4), (2, 5) \}$

(B) $\{ (1, 4), (2, 5) \}$

(C) $\{ (1, 5), (2, 4), (3, 4) \}$

(D) इनमें से कोई नहीं

If $A = \{ 1, 2, 3 \}$ and $B = \{ 4, 5 \}$ then which of the following subsets of $A \times B$ is a function from A to B ?

(A) $\{ (1, 4), (3, 5), (2, 4), (2, 5) \}$

(B) $\{ (1, 4), (2, 5) \}$

(C) $\{ (1, 5), (2, 4), (3, 4) \}$

(D) none of these

CLASS-XII

16. माना कि प्राकृत संख्या N में एक द्विआधारी संक्रिया $*$, $x * y = x$ तथा y का महत्तम समापवर्तक द्वारा परिभाषित है, तो $125 * 225 =$

(A) 25 (B) 5

(C) 10 (D) 15

Let $*$ be the binary operation on natural number N defined by $x * y =$ H.C.F. of x and y, then $125 * 225 =$

(A) 25 (B) 5

(C) 10 (D) 15

17. माना कि $P = \{1, 2\}$ तथा $Q = \{3, 4\}$ तो P से Q में संबंधों की संख्या है

(A) 2^{16} (B) 2^6

(C) 2^2 (D) 2^4

प्रश्न सं० (Q. No.) प्राप्तांक (Marks Obtained) परीक्षक का हस्ताक्षर (Signature of Examiner)

CLASS-XII

19. यदि $f(x)=8x^3$ तथा $g(x)=x^{\frac{1}{3}}$ तो $(gof)(x)=$

(A) $\frac{x}{2}$ (B) x

(C) $3x^2$ (D) $2x$

If $f(x)=8x^3$ and $g(x)=x^{\frac{1}{3}}$ then $(gof)(x)=$

(A) $\frac{x}{2}$ (B) x

(C) $3x^2$ (D) $2x$

20. यदि $f:R\rightarrow R$ एक फलन हो, तो $f^{-1}:R\rightarrow R$ प्राप्त होगा यदि f हो

(A) एकैक अंतःक्षेपी (B) आच्छादक

(C) एकैक आच्छादक (D) अनेकैक आच्छादक

If $f:R\rightarrow R$ is a function then $f^{-1}:R\rightarrow R$ will exist is f is

(A) one-one into (B) onto

(C) one-one onto (D) many-one onto

21. $x \in [-1, 1]$, $\cos^{-1}(-x) =$

(A) $\cos^{-1} x$ (B) $-\cos^{-1} x$

(C) $\pi - \cos^{-1} x$ (D) $\pi + \cos^{-1} x$

22. $x \in R - (-1, 1)$, $\sin^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) =$

(A) $\sin^{-1} x$ (B) $\operatorname{cosec}^{-1} x$

(C) $\sec^{-1} x$ (D) $\cos^{-1} \frac{1}{x}$

23. $x \in R$, $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x =$

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{3}$

24. $x < 0$, $\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) =$

(A) $\cot^{-1} x$ (B) $-\cot^{-1} x$

(C) $\pi + \cot^{-1} x$ (D) $-\pi + \cot^{-1} x$

CLASS-XII

[Continued

e 32

खण्ड - ब / SECTION - B

लघु उत्तरीय प्रश्न / Short Answer Type Questions

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। इनमें से किन्हीं 10 प्रश्नों के उत्तर दें। प्रत्येक प्रश्न के लिए 2 अंक निर्धारित है। $10 \times 2 = 20$

Question Nos. 1 to 20 are Short Answer Type Questions. Answer any 10 questions. Each question carries 2 marks.

$10 \times 2 = 20$

1. सिद्ध करें कि फलन $f: R \rightarrow R$, जहाँ $f(x) = x^2$, $x \in R$ अनेकैक अंतःक्षेपी फलन है।

   Prove that the function $f: R \rightarrow R$ where $f(x) = x^2$, $x \in R$ is many-one into function.

2. सिद्ध करें कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है, परंतु न तो सममित है और न संक्रामक है।

   Prove that the relation R in the set $\{1, 2, 3\}$ given by $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ is reflexive but neither symmetric nor transitive.

CLASS-XII

3. यदि $f: R \rightarrow R$ जहाँ $f(x) = x^2 - 3x + 2$, द्वारा परिभाषित है तो $f(f(x))$ ज्ञात करें।

If $f: R \rightarrow R$ is defined by $f(x) = x^2 - 3x + 2$, then find $f(f(x))$.

4. सिद्ध करें कि $a * b \rightarrow a + 2b$ द्वारा प्रदत्त $*: R \times R \rightarrow R$ साहचर्य नहीं है।

Prove that $*: R \times R \rightarrow R$ given by $a * b \rightarrow a + 2b$ is not associative.

5. तुल्यता संबंध की परिभाषा दें।

Define equivalence relation.

6. यदि $f: R \rightarrow R$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = 4x + 11$ जहाँ $x \in R$ तो $f^{-1}(3)$ का मान निकालें।

If $f: R \rightarrow R$ is defined by $f(x) = 4x + 11$, where $x \in R$, then find the value of $f^{-1}(3)$.

CLASS-XII

7. $\sec^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात करें।

Find the principal value of $\sec^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$.

8. सिद्ध करें कि $\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{2}{11}=\tan^{-1}\frac{3}{4}$.

Prove that $\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{2}{11}=\tan^{-1}\frac{3}{4}$.

9. $(\cos^{-1}\frac{1}{2}+2\sin^{-1}\frac{1}{2})$ का मान ज्ञात करें।

Find the value of $(\cos^{-1}\frac{1}{2}+2\sin^{-1}\frac{1}{2})$.

10. सिद्ध करें कि $\sin^{-1}(-x)=-\sin^{-1}x,\ x\in[-1,1]$.

Prove that $\sin^{-1}(-x)=-\sin^{-1}x,\ x\in[-1,1]$.

11. $\sin\left(\frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{3}{5}\right)$ का मान ज्ञात करें।

Find the value of $\sin\left(\frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{3}{5}\right)$.

CLASS-XII

12. सिद्ध करें कि $3\cos^{-1}x = \cos^{-1}(4x^3 - 3x), x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

Prove that $3\cos^{-1}x = \cos^{-1}(4x^3 - 3x), x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

13. यदि $\sin^{-1}\frac{1}{5} = B$ तो $\tan B$ ज्ञात करें।

If $\sin^{-1}\frac{1}{5} = B$ then find $\tan B$.

14. यदि $f(x) = x + 7$ तथा $g(x) = x - 7$, $x \in R$ तो $(fog)(7)$ का मान ज्ञात करें।

If $f(x) = x + 7$ and $g(x) = x - 7$, $x \in R$ then find the value of $(fog)(7)$.

15. यदि $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ तो सिद्ध करें कि $AB \neq BA$.

If $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ then prove that $AB \neq BA$.

16. एक 2×2 आव्यूह $A = [a_{ij}]$ की रचना करें जहाँ $a_{ij} = 2i - j$.

Construct a 2×2 matrix $A = [a_{ij}]$ where $a_{ij} = 2i - j$.

17. माना कि $B=\begin{bmatrix}-2 & -4\\ 5 & 3\\ -3 & 4\end{bmatrix}$ और $C=\begin{bmatrix}4 & 6\\ -3 & 10\\ 7 & -3\end{bmatrix}$ तो $B-4C$ ज्ञात करें।

Let $B=\begin{bmatrix}-2 & -4\\ 5 & 3\\ -3 & 4\end{bmatrix}$ and $C=\begin{bmatrix}4 & 6\\ -3 & 10\\ 7 & -3\end{bmatrix}$ then find $B-4C$.

18. यदि $P=\begin{bmatrix}3 & -4 & 5\\ -5 & 4 & 3\end{bmatrix}$ और $Q=\begin{bmatrix}4 & 5\\ 6 & 7\\ 4 & 3\end{bmatrix}$ तो PQ ज्ञात करें।

If $P=\begin{bmatrix}3 & -4 & 5\\ -5 & 4 & 3\end{bmatrix}$ and $Q=\begin{bmatrix}4 & 5\\ 6 & 7\\ 4 & 3\end{bmatrix}$ then find PQ.

19. यदि $\begin{bmatrix}10 & -1 & 4\\ -2 & 1 & 3\\ 3 & 5 & 8\end{bmatrix}=X+\begin{bmatrix}7 & 0 & 0\\ 0 & 12 & 20\\ 6 & 11 & 8\end{bmatrix}$ तो आव्यूह X ज्ञात करें।

If $\begin{bmatrix}10 & -1 & 4\\ -2 & 1 & 3\\ 3 & 5 & 8\end{bmatrix}=X+\begin{bmatrix}7 & 0 & 0\\ 0 & 12 & 20\\ 6 & 11 & 8\end{bmatrix}$ then find the matrix X.

20. यदि $x\begin{bmatrix}3\\ 4\end{bmatrix}+y\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10\\ 11\end{bmatrix}$ है तो x तथा y के मान ज्ञात करें।

If $x\begin{bmatrix}3\\ 4\end{bmatrix}+y\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10\\ 11\end{bmatrix}$ then find the values of x and y.

38

CLASS-XII

24. $\tan^{-1}(1)+\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)+\sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ का मान ज्ञात करें।

Find the value of $\tan^{-1}(1)+\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)+\sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

25. यदि $\cos(\tan^{-1}x)=\sin\left(\cot^{-1}\frac{3}{4}\right)$ तो x का मान निकालें।

If $\cos(\tan^{-1}x)=\sin\left(\cot^{-1}\frac{3}{4}\right)$ then find the value of x.

26. यदि $f(x)=\frac{4x+3}{6x-4}$, $x\neq\frac{2}{3}$, तो सिद्ध करें कि सभी $x\neq\frac{2}{3}$ के लिए $fof(x)=x$ है। f का प्रतिलोम फलन क्या है ?

If $f(x)=\frac{4x+3}{6x-4}$, $x\neq\frac{2}{3}$, then show that $fof(x)=x$, for all $x\neq\frac{2}{3}$. What is the inverse function of f ?

27. माना कि $a * b$ इस प्रकार परिभाषित है कि $a*b=\frac{a+b}{2}$ जहाँ $a,b\in Q$ (परिमेय संख्याओं का समुच्चय)। क्या संक्रिया '*' में संवरक, क्रमविनिमेय और साहचर्य गुण है ?

Let $a * b$ be defined as $a*b=\frac{a+b}{2}$ where $a,b\in Q$ (the set of rational numbers). Does this operation '*' possesses the properties of closure, commutativity and associativity ?

1.

$f(x) = x^2$

उत्तर:
$f(2) = 4$ तथा $f(-2) = 4$ जबकि $2 \neq -2$।
अतः f **many-one** है।
Range = $[0, \infty)$, इसलिए R पर into function भी है।

2.

$R = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,3)\}$

उत्तर:

- Reflexive ✔ क्योंकि $(1,1), (2,2), (3,3) \in R$
- Symmetric ✖ क्योंकि $(1,2) \in R$ लेकिन $(2,1) \notin R$
- Transitive ✖ क्योंकि $(1,2), (2,3) \in R$ लेकिन $(1,3) \notin R$

3.

$f(x) = x^2 - 3x + 2$

$$f(f(x)) = (x^2 - 3x + 2)^2 - 3(x^2 - 3x + 2) + 2$$

सरलीकरण पर

$$\boxed{f(f(x)) = x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 3x}$$

4.

$a * b = a + 2b$

$$(a * b) * c = (a + 2b) + 2c = a + 2b + 2c$$

$$a * (b * c) = a + 2(b + 2c) = a + 2b + 4c$$

दोनों बराबर नहीं हैं।

उत्तर: Operation associative नहीं है।

5.

Equivalence Relation की परिभाषा

जो संबंध **Reflexive, Symmetric तथा Transitive** हो, उसे Equivalence Relation कहते हैं।

6.

$f(x) = 4x + 11$

$$4x + 11 = 3$$

$$4x = -8$$

$$\boxed{f^{-1}(3) = -2}$$

7.

$$\sec^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{\theta = \frac{\pi}{6}}$$

8.

$$\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{2}{11}$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{11}}{1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{11}}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$$

अतः सिद्ध।

9.

$$\cos^{-1}\frac{1}{2} + 2\sin^{-1}\frac{1}{2}$$

$$= \frac{\pi}{3} + 2\cdot\frac{\pi}{6} = \boxed{\frac{2\pi}{3}}$$

10.

$$\boxed{\sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1}(x)}$$

क्योंकि inverse sine एक odd function है।

11.

$$\sin\left(\frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{3}{5}\right)$$

Half-angle formula

$$=\sqrt{\frac{1-\frac{3}{5}}{2}}=\sqrt{\frac{1}{5}}=\boxed{\frac{1}{\sqrt{5}}}$$

12.

मान लें

$$\theta=\cos^{-1}x$$

तो

$$3\theta=\cos^{-1}(4x^3-3x)$$

अर्थात

$$\boxed{3\cos^{-1}x=\cos^{-1}(4x^3-3x)}$$

13.

$$\sin^{-1}\frac{1}{5}=B$$

$$\sin B=\frac{1}{5}$$

$$\cos B=\sqrt{1-\frac{1}{25}}=\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\tan B=\frac{1/5}{2\sqrt{6}/5}=\boxed{\frac{1}{2\sqrt{6}}}$$

14.

$$g(7)=7-7=0$$

$$f(0)=7$$

$$\boxed{(f\circ g)(7)=7}$$

15.

$$A=\begin{bmatrix}5 & -1\\ 4 & 8\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & 4\end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix}7 & 1\\ 32 & 36\end{bmatrix}$$

$$BA=\begin{bmatrix}14 & 6\\ 31 & 29\end{bmatrix}$$

अतः

$$\boxed{AB\neq BA}$$

16.

$$a_{ij} = 2i - j$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

17.

$$B = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 5 & 3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -3 & 10 \\ 7 & -3 \end{bmatrix}$$

$$4C = \begin{bmatrix} 16 & 24 \\ -12 & 40 \\ 28 & -12 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{B - 4C = \begin{bmatrix} -18 & -28 \\ 17 & -37 \\ -31 & 16 \end{bmatrix}}$$

18.

$$P = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ -5 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{PQ = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 8 & 12 \end{bmatrix}}$$

19.

$$X = \begin{bmatrix} 10 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \\ 3 & 5 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 20 \\ 6 & 11 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{X = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -2 & -11 & -17 \\ -3 & -6 & 0 \end{bmatrix}}$$

20.

$$x \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \end{bmatrix}$$

समीकरण:

$$3x - y = 10$$

$$4x + y = 11$$

जोड़ने पर

$$7x = 21$$

$$x = 3, \qquad y = -1$$

$$\boxed{x = 3,\ y = -1}$$

24.

ज्ञात कीजिए:

$$\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

हल:

$$\tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}, \qquad \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}, \qquad \sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$$

अतः

$$= \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi + 4\pi}{12} = \boxed{\frac{7\pi}{12}}$$

25.

यदि

$$\cos(\tan^{-1} x) = \sin\left(\cot^{-1}\frac{3}{4}\right)$$

तो x ज्ञात कीजिए।

हल:

यदि

$$\theta = \tan^{-1} x$$

तो

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

अब

$$\phi = \cot^{-1}\frac{3}{4}$$

तो

$$\tan\phi = \frac{4}{3}$$

अतः

$$\sin\phi = \frac{4}{5}$$

अब

$$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{4}{5}$$

$$16(1+x^2) = 25$$

$$16x^2 = 9$$

$$x = \pm\frac{3}{4}$$

चूँकि $\tan^{-1} x$ का principal value $(-\pi/2, \pi/2)$ में है और cos धनात्मक है,

$$\boxed{x = \frac{3}{4}}$$

26.

यदि

$$f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}, \qquad x \neq \frac{2}{3}$$

सिद्ध कीजिए कि $f(f(x)) = x$ तथा f का प्रतिलोम (Inverse) ज्ञात कीजिए।

हल:

मान लें

$$y = f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$$

अब

$$f(f(x)) = \frac{4\left(\frac{4x+3}{6x-4}\right)+3}{6\left(\frac{4x+3}{6x-4}\right)-4}$$

ऊपर का भाग

$$= \frac{16x+12+18x-12}{6x-4} = \frac{34x}{6x-4}$$

नीचे का भाग

$$= \frac{24x+18-24x+16}{6x-4} = \frac{34}{6x-4}$$

अतः

$$f(f(x)) = \frac{\frac{34x}{6x-4}}{\frac{34}{6x-4}} = x$$

अतः

$$\boxed{f(f(x)) = x}$$

अब

$$y = \frac{4x+3}{6x-4}$$

$$6xy - 4y = 4x + 3$$

$$6xy - 4x = 4y + 3$$

$$x(6y-4) = 4y + 3$$

$$\boxed{x = \frac{4y+3}{6y-4}}$$

अतः

$$\boxed{f^{-1}(x) = \frac{4x+3}{6x-4}}$$

यानी $f^{-1} = f$.

27.

यदि

$$a * b = \frac{a+b}{2}, \qquad a, b \in Q$$

तो जाँचिए कि यह संक्रिया **Closure, Commutative** तथा **Associative** है या नहीं।

(i) Closure

यदि $a, b \in Q$

तो

$$\frac{a+b}{2} \in Q$$

अतः

$$\boxed{\text{Closure है।}}$$

(ii) Commutative

$$a * b = \frac{a+b}{2}$$

और

$$b * a = \frac{b+a}{2} = \frac{a+b}{2}$$

अतः

$$\boxed{a * b = b * a}$$

इसलिए संक्रिया **Commutative** है।

(iii) Associative

$$(a * b) * c = \frac{\frac{a+b}{2} + c}{2} = \frac{a+b+2c}{4}$$

जबकि

$$a * (b * c) = \frac{a + \frac{b+c}{2}}{2} = \frac{2a+b+c}{4}$$

दोनों बराबर नहीं हैं।

अतः

$$\boxed{(a * b) * c \neq a * (b * c)}$$

इसलिए संक्रिया **Associative** नहीं है।

अंतिम उत्तर (Question 27)

- **Closure:** ✔️ है
- **Commutative:** ✔️ है
- **Associative:** ❌ नहीं है