

अध्याय-15

प्रायोगिक ज्यामिति

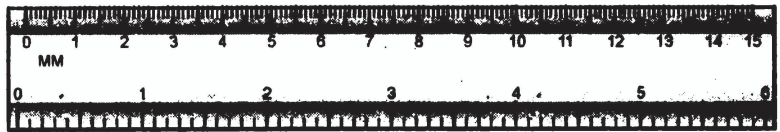
15.1 भूमिका

हम अनेक प्रकार की आकृतियाँ (Shapes) देखते हैं, जिनसे हम परिचित हैं। हम बहुत से चित्र बनाते हैं। इन चित्रों में विभिन्न आकृतियाँ निहित होती हैं। इन आकृतियों में से कुछ के बारे में हम पिछले अध्यायों में पढ़ भी चुके हैं।

इस अध्याय में, हम इनको बनाना सीखेंगे। इनको बनाने के लिए, हमें उन यंत्रों के बारे में जानने की आवश्यकता है जो हम उपयोग करेंगे। आइए उन्हें देखें तथा उनके नाम और प्रयोग के बारे में जानें।

15.2 ज्यामिति बक्से के यंत्र

1. **स्केल** : स्केल या रूलर की सहायता से हम रेखाखंड खींचते हैं तथा उनकी लम्बाइयों की माप करते हैं। इसमें एक किनारे के अनुदिश सेंटीमीटर के तो दूसरे किनारे के अनुदिश इंच के चिह्न बने होते हैं।



इसकी सहायता से हम रेखाखंडों को खींचते और मापते हैं।



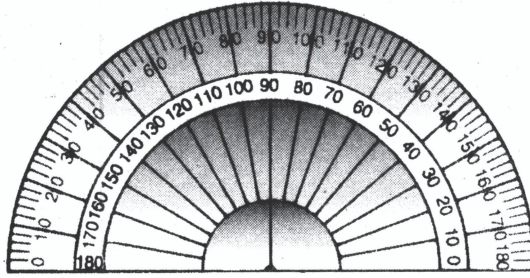
2. **परकार** : इसकी सहायता से चाप या वृत्त खींचते हैं। इसमें दो सिरों होते हैं। एक सिरा नुकीला तथा दूसरे में पेंसिल रखने का स्थान होता है।



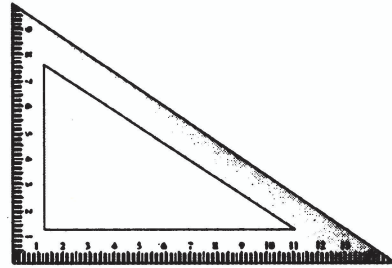
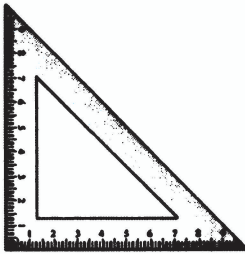
3. **डिवाइडर** : इसकी सहायता से लम्बाइयों की तुलना की जाती है। इसमें दो नुकीले सिरों होते हैं।



4. **चौंद या प्रोटेक्टर** : कोणों को मापने एवं खींचने के लिए हम चौंद का प्रयोग करते हैं। यह अर्द्धवृत्ताकार होता है जिसमें 0° से 180° भाग चिह्नित होते हैं।



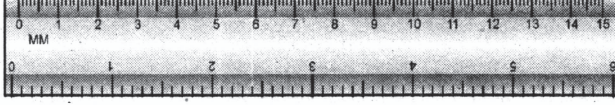
5. **सेट स्क्वेयर** : ये दो त्रिभुजाकार यंत्र हैं। एक में शीर्षों पर कोण 45° , 45° , 90° और दूसरे में यह कोण 30° , 60° , 90° होते हैं। इसका उपयोग लंब रेखाओं और समांतर रेखाओं को खींचने में किया जाता है।



15.3 ज्यामितीय रचना

15.3.1 रेखाखंड खींचना

रेखाखंड स्केल सहायता से आसानी से खींचें और मापे जा सकते हैं।



चित्र-1 रेखाखंड को स्केल से मापना

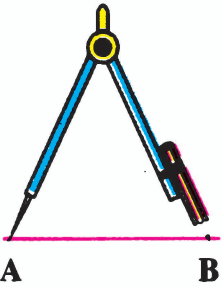
15.3.2 आइए अब हम दिए गए रेखाखंड की लम्बाई के बराबर रेखाखंड की रचना करें।

दी गई लम्बाई के बराबर रेखाखंड खींचने का सबसे आसान तरीका है उसे स्केल से मापना और उसी लम्बाई का एक अन्य रेखाखंड खींचना। इसके लिए हम स्केल और परकार का प्रयोग भी कर सकते हैं। आइए इस तरीके के चरणों को समझें।

चरण 1 - रेखाखंड \overline{AB} दिया हुआ रेखाखंड है जिसकी लम्बाई ज्ञात नहीं है। इसकी लम्बाई के बराबर ही दूसरे रेखाखंड की रचना करनी है।



चरण 2 - परकार का नुकीला भाग A पर तथा पेंसिल वाला सिरा B पर रखेंगे। परकार का फैंलाव ही दी गई रेखा की लम्बाई है।

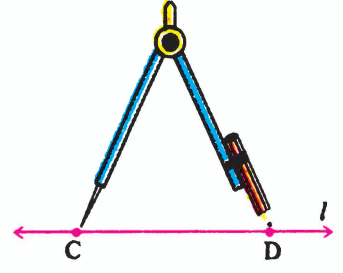


रेखा और रेखाखण्ड

दो बिन्दु A और B के बीच का सबसे छोटा रास्ता रेखाखंड \overline{AB} को दर्शाता है। A और B रेखाखंड \overline{AB} के अंत बिंदु कहलाते हैं। रेखाखंड \overline{AB} को एक दिशा में बिन्दु A से आगे और विपरीत दिशा में बिन्दु B से आगे बिना किसी अंत के आगे बढ़ाने पर हमें बिन्दु A और B से गुजरने वाली रेखा \overleftrightarrow{AB} प्राप्त होगी।



चरण 3 - अब कोई रेखा l खींचिए। l पर कोई बिंदु C लीजिए। रेखा के एक सिरे यानी C बिन्दु पर परकार का नुकीला भाग तथा दूसरे सिरे पर परकार के उसी फैलाव को लेते हुए चाप खींचिए। चाप रेखा को बिंदु D



पर काटती है। CD अभीष्ट रेखाखण्ड है जो AB की लम्बाई के बराबर है।

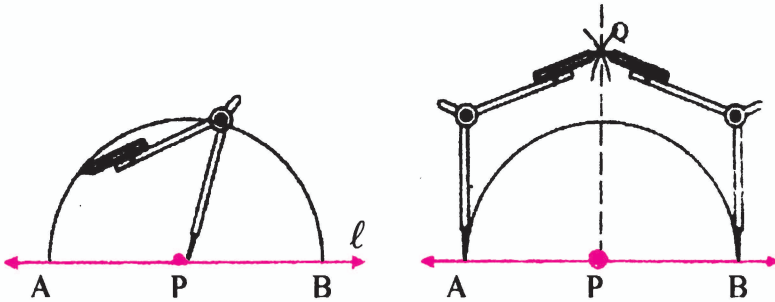
15.3.3 रेखा पर स्थित किसी बिन्दु पर लंब की रचना करना

माना l एक रेखा है तथा P उस पर स्थित कोई बिन्दु है। आपको l रेखा के P बिन्दु पर एक लंब खींचना है। इस रचना के निम्न चरण हो सकते हैं—

चरण 1 - P को केन्द्र मानकर परकार की सहायता से एक चाप की रचना कीजिए जो रेखा को A तथा B बिन्दु पर काटे।

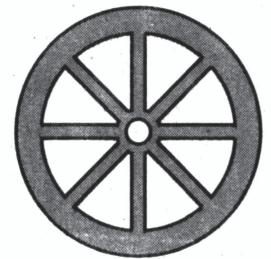
चरण 2 - A और B को केन्द्र मानकर AP से थोड़ी बड़ी त्रिज्या लेकर दो चापों AQ तथा BQ की बारी-बारी से रचना कीजिए जो एक दूसरे को Q पर काटे।

चरण 3 - PQ को मिलाइए। PQ , l रेखा पर लम्ब है।



15.3.4 वृत्त

सामने दर्शाए गए पहिए को देखिए। इसकी परिसीमा (Boundary) पर स्थित प्रत्येक बिंदु इसके केन्द्र से बराबर दूरी पर है। इसका आकार एक वृत्त है। क्या आप ऐसी वस्तुएँ बता सकते हैं जो वृत्ताकार हों? ऐसी पाँच वस्तुओं के बारे में सोचिए और इनमें से 1-2 वस्तुओं का उपयोग कर वृत्ताकार घेरा बनाइए।



वृत्त की रचना जब उसकी त्रिज्या ज्ञात हो-

गतिविधि – नीचे दिए गए खाने में केवल पेंसिल की सहायता से तीन वृत्त बनाइए।



आइए अब निम्न प्रश्नों पर विचार करें।

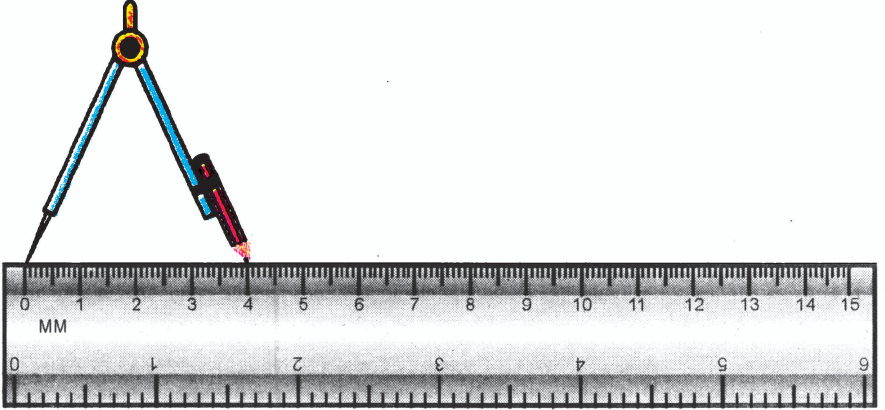
- क्या आपको वृत्त बनाते समय कोई परेशानी हुई?
- क्या आपके द्वारा बनाए गए वृत्त की आकृति में आपको केन्द्र का पता है?
- क्या इन वृत्तों में आप त्रिज्याओं को दिखा सकते हैं?

पेंसिल से वृत्त बनाने में काफी परेशानी होती है तथा बनायी गई आकृति कई जगहों पर पूरी तरह से गोल नहीं दिख पाती। वृत्त का केन्द्र एवं त्रिज्याओं को दिखाने में भी परेशानी है। सोचिए इन परेशानियों से बचने के लिए क्या करना चाहिए? वृत्त की रचना ज्यामितीय यंत्र परकार की सहायता से करनी चाहिए। परकार से रचना करते समय केन्द्र एवं त्रिज्या का पता होना चाहिए।

मान लीजिए आपको एक ऐसे वृत्त की रचना करनी है जिसकी त्रिज्या 4 सेमी है। वृत्त की रचना के निम्न चरण हो सकते हैं-



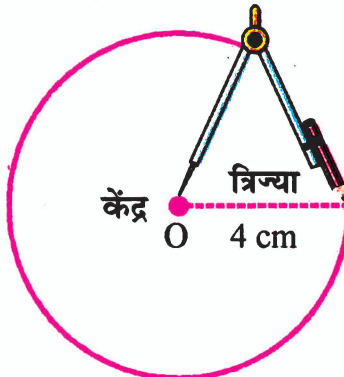
- चरण 1** - परकार के नुकीले भाग को स्केल के शून्य के सामने अंकित चिह्न पर रखिए। उसमें फैलाव करते हुए पेंसिल वाले भाग को 4 सेमी के सामने अंकित चिह्न पर रखिए।



- चरण 2** - पेंसिल के नुकीले भाग से नोट बुक पर एक बिन्दु वहाँ अंकित कीजिए जहाँ आप वृत्त का केन्द्र बनाना चाहते हैं। इस बिन्दु का नाम O रखिए।

- चरण 3** - परकार के नुकीले सिरे को O पर रखिए।

- चरण 4** - वृत्त की रचना करने के लिए परकार को धीरे-धीरे घुमाइए तथा एक बार में ही चक्कर पूरा कीजिए। ध्यान रहे कि इस कार्य को करते समय न तो परकार का फैलाव घटे-बढ़े और ना ही उसका नुकीला भाग बिन्दु से हटे। इस प्रकार 4 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त की रचना हुई।



प्रयास कीजिए

- (i) 3 सेमी त्रिज्या का वृत्त खींचिए।
- (ii) 5 सेमी त्रिज्या का वृत्त खींचिए।

15.3.5 प्रोटेक्टर या चाँद की सहायता से कोणों की रचना

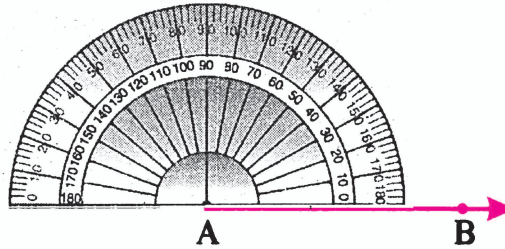
प्रोटेक्टर या (चाँद) की सहायता से 40° के कोण की रचना।

चरण 1 – सबसे पहले एक किरण की रचना कीजिए।
माना वह किरण \overline{AB} है।

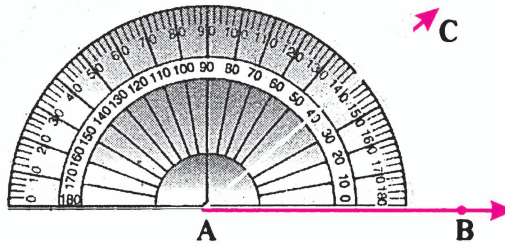


किरण
रेखाखंड \overline{AB} को बिन्दु B से उसी दिशा में बिना अंत के बढ़ाने पर हमें किरण \overline{AB} प्राप्त होगी।

चरण 2 – किरण के जिस बिन्दु पर कोण की रचना करनी हो वहाँ चाँद का केन्द्र रखिए तथा चाँद की आधार रेखा को \overline{AB} किरण पर रखिए।



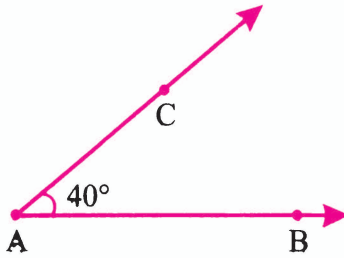
चरण 3 – अब चाँद पर B बिन्दु की तरफ से अंकित 0° से आगे बढ़ते हुए 40° के सामने बिन्दु C अंकित कीजिए।



यहाँ यह ध्यान रखें कि जहाँ चाँद में 40° अंकित है, वहीं 140° भी अंकित है पर हम AB की दिशा से यानी के दाएँ से बाएँ वाले डिग्री स्केल को ही पढ़ते हैं।



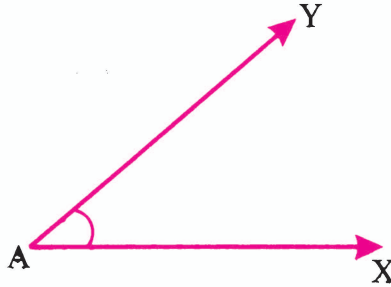
चरण 4 - बिन्दु C को बिन्दु A से मिलाया। इस प्रकार बना कोण $\angle BAC$ ही 40° का अभीष्ट कोण है।



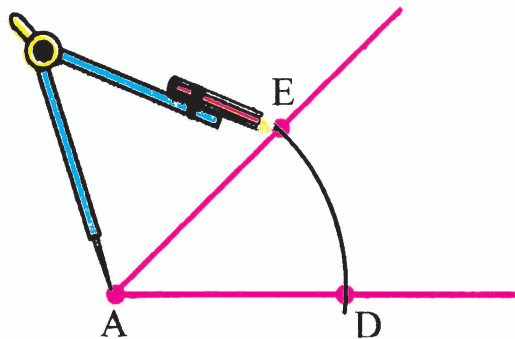
15.4 कोण का समद्विभाजक

एक तरीका तो सरल है कि हम चाँद से दिए गए कोण को मापकर उसका आधा करें। एक और तरीका परकार की सहायता से कोणों को समद्विभाजित करना है।

माना कि $\angle XAY$ दिया गया कोण है। परकार की सहायता से इसको दो बराबर भागों में विभाजित करने के निम्नलिखित चरण हैं-

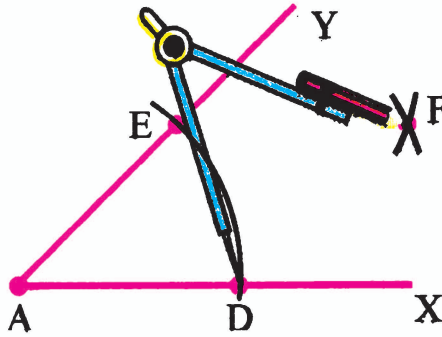


चरण 1 - A को केन्द्र मानकर परकार की सहायता से एक चाप खींचिए जो $\angle A$ बनाने वाली भुजाओं को क्रमशः D तथा E पर काटे।

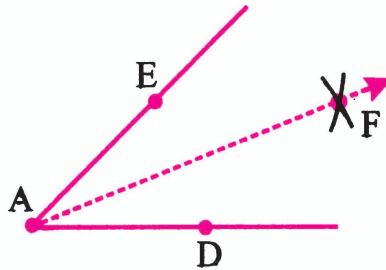


चरण 2 - D को केन्द्र मानकर और DE के आधे से अधिक की त्रिज्या लेकर एक चाप $\angle A$ के अभ्यंतर में खींचिए।

चरण 3 - E को केन्द्र मानकर उसी त्रिज्या का एक और चाप $\angle A$ के अभ्यंतर में खींचिए जो अभ्यंतर भाग में पहले से खींचे गए चाप को F बिन्दु पर काटे।



चरण 4 : बिन्दु F तथा बिन्दु A को स्केल की सहायता से मिलाइए। यहाँ रेखा AF, $\angle A$ का समद्विभाजक है। अर्थात् $\angle DAF = \angle FAE$



15.5 विशेष मापों के कोण

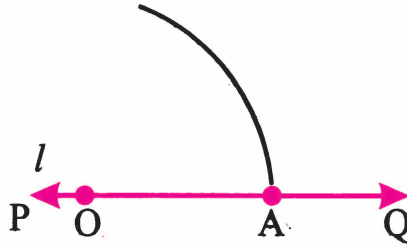
कुछ विशेष मापों के कोणों की रचना करने की कुछ सुंदर और परिशुद्ध विधियाँ हैं, जिनमें चाँद का प्रयोग नहीं किया जाता है। इनमें से कुछ की चर्चा हम यहाँ करेंगे।

60° के कोण की रचना

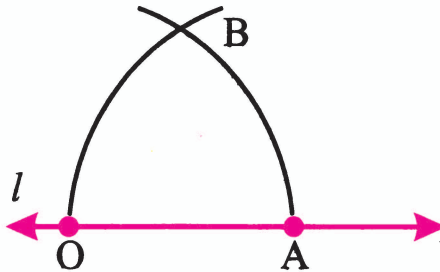
चरण 1 एक रेखा l खींचिए और उस पर एक बिंदु O अंकित कीजिए।



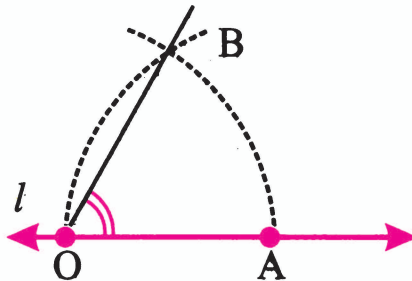
चरण 2 : परकार के नुकीले सिरे को O पर रखिए और एक सुविधाजनक त्रिज्या लेकर एक चाप खींचिए, जो रेखा l को मान लीजिए बिंदु A पर काटता है।



चरण 3 : अब A को केन्द्र मानकर, O से होकर जाता एक चाप खींचिए।



चरण 4 मान लीजिए ये दोनों चाप परस्पर बिंदु B पर काटते हैं। OB को जोड़कर किरण \overline{OB} बनाइए। तब, $\angle BOA$ ही 60° माप का वांछित कोण है।



परकार या कम्पास की सहायता से 120° का कोण बनाइए।

चरण 1 - एक रेखा l की रचना कीजिए तथा उस पर कोई बिन्दु A लीजिए।

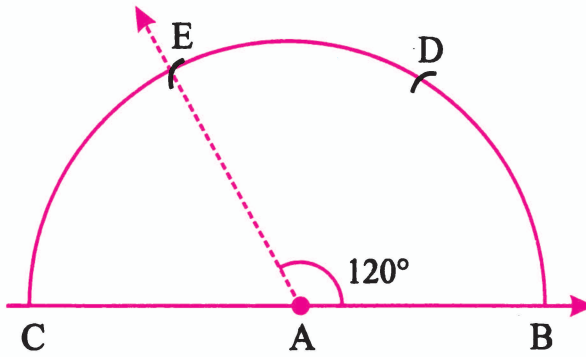
चरण 2 - A बिन्दु को केन्द्र मानते हुए परकार या कम्पास का नुकीला भाग उस पर रखिए तथा सुविधाजनक त्रिज्या लेकर एक चाप खींचिए जो रेखा l को B तथा C बिन्दु पर काटे।



चरण 3 — अब B को केन्द्र मान कर A से गुजरता एक चाप खींचिए जो चाप BC को D बिन्दु पर काटे।

चरण 4 — फिर D बिन्दु को केन्द्र मानकर उसी फैलाव का एक चाप खींचिए जो चाप BC को E बिन्दु पर काटे।

चरण 5 — बिन्दु A को बिन्दु E से मिलाइए। इस प्रकार बना कोण $\angle BAE$ ही 120° का अभीष्ट कोण है।



प्रश्नावली - 15

1. स्केल और परकार का प्रयोग करते हुए 6.5 सेमी लम्बाई के एक रेखाखंड की रचना कीजिए।
2. रेखाखंड \overline{AB} की रचना कीजिए तथा उसकी लम्बाई को बिना मापे \overline{AB} की लम्बाई के बराबर एक दूसरे रेखाखंड की रचना कीजिए।
3. P बिन्दु l रेखा के बाहर स्थित कोई बिन्दु है। इस बिन्दु से गुजरती हुई एक लंब रेखा की रचना कीजिए।
4. 4 सेमी लम्बाई की रेखा के लंब समद्विभाजक की रचना कीजिए।
5. 3 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त की रचना कीजिए।



6. O को केन्द्र मानते हुए किसी बिन्दु P से गुजरने वाले कितने वृत्तों की रचना कर सकते हैं?
7. 4.5 सेमी लम्बाई का एक रेखाखंड खींचिए तथा उसे समद्विभाजित कीजिए।
8. चाँद की सहायता से 95° तथा 145° का कोण बनाइए।
9. परकार की सहायता से 60° एवं 90° का कोण बनाइए।
10. परकार की सहायता से कोण के समद्विभाजन द्वारा 45° के कोण की रचना कीजिए।



सिगरेट में 4 हजार रासायनिक तत्व, 200 ज्ञात विष और 60 कैंसर पैदा करने वाले एजेंट होते हैं।

तंबाकू सेवन करने वाले व्यक्ति तंबाकू सेवन नहीं करने वाले व्यक्तियों से 10 वर्ष अधिक बड़े होने का अनुभव करते हैं और उनसे 10 वर्ष पहले मरते हैं।

